

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО
АСТРОНОМИЯ

IX НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

III кръг
13 май 2006 г.

Ученици 7-8 клас – решения

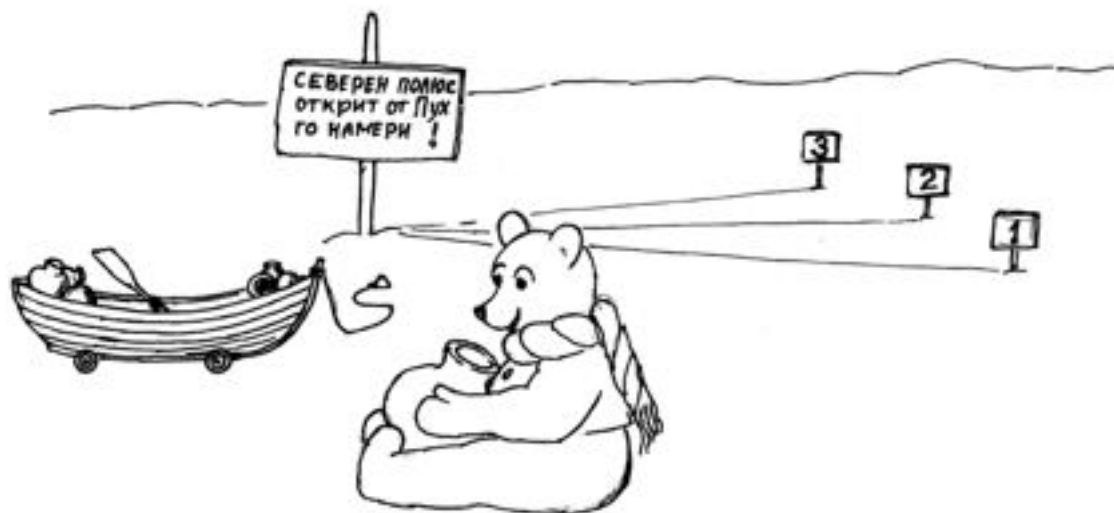
1 задача. Както звнаем от любимата детска книжка, едно от приключенията на Мечо Пух е търсенето и намирането на Северния полюс. Като се е запасил с достатъчно гърнета мед, Мечо Пух е тръгнал да търси Северния полюс на Нова година. След дълго пътешествие по суша и вода, след много дни и нощи, чийто брой той отдавна загубил, най-после навлязал в голяма снежна равнина и решил, че е достигнал целта си. Забил едно колче в намерената от него точка на Северния полюс, но тъй като бил любител-астроном, направил проверка. През интервали от един час отбелязвал с малки колчета положението на края на сянката на голямото колче. При това всеки път измерванията показвали, че дължината на сянката е една и съща.

Разгледайте рисунката.

Може ли Мечо Пух да е сигурен, че е открил това, което търси?

Приблизително по кое време на годината е стигнал до това място?

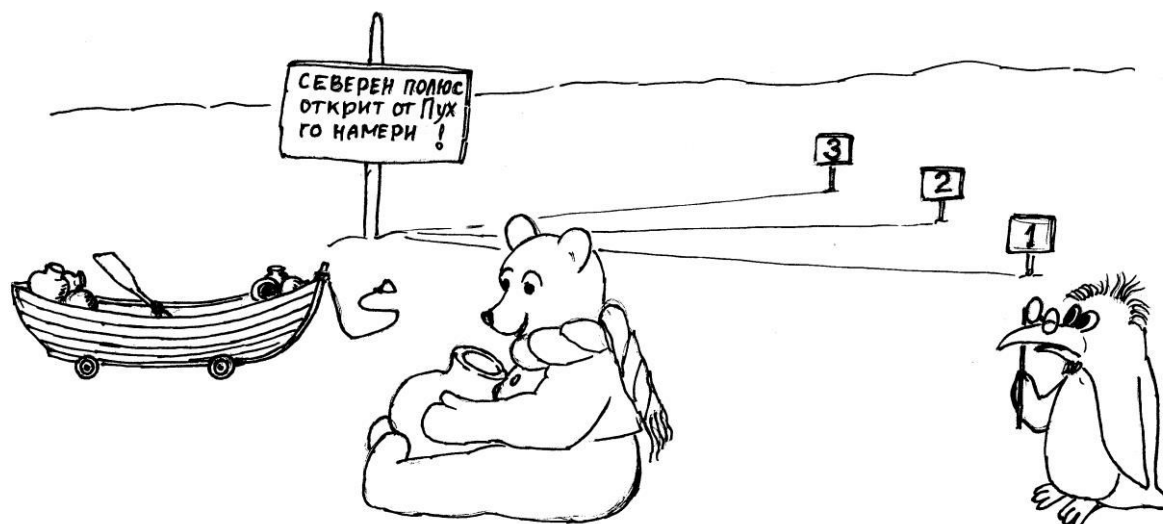
Обяснете вашите отговори.



Решение:

Дължината на сянката на колчето, забито от Мечо Пух, наистина не се променя. Това означава, че Слънцето остава на една и съща височина над хоризонта. Така действително би трябвало да е на полюса по време на полярния ден. Само че има и нещо смущаващо. Сянката се върти с течение на времето обратно на часовниковата стрелка. А ако Мечо Пух беше на северния полюс, тя трябваше да се върти по посока на часовниковата стрелка. Следователно той е намерил полюса, но не северния, а южния! Ъгълът, под който слънчевите лъчи падат спрямо земята, е около 20 градуса и

следователно това се е случило недалеч от зимното слънцестоене за нашето северно полукълбо, когато на южния полюс грее Слънце и е полярен ден.



2 задача. Вие сте участници в бъдеща експедиция до Титан – най-големият спътник на Сатурн, обвит в плътна азотна атмосфера. Космическият кораб каца и първото, което виждат космонавтите, е светлият кръгъл диск на Сатурн, прозиращ през метановите облаци. В продължение на 30 земни денонощия членовете на екипажа изследват повърхността на спътника и без прекъсване наблюдават от площадката до кораба Сатурн около зенита – през нощта във видима светлина, през деня в инфрачервена.

Пресметнете приблизително общото време, през което ще можете да осъществявате радиовръзка със Земята.

Приемете, че зрителният лъч от Земята лежи в равнината на орбитата на Титан около Сатурн. Сатурн е в опозиция. За периода на експедицията, орбиталното преместване на планетата, както и движението на Земята, може да пренебрегнете.

Справочни данни:

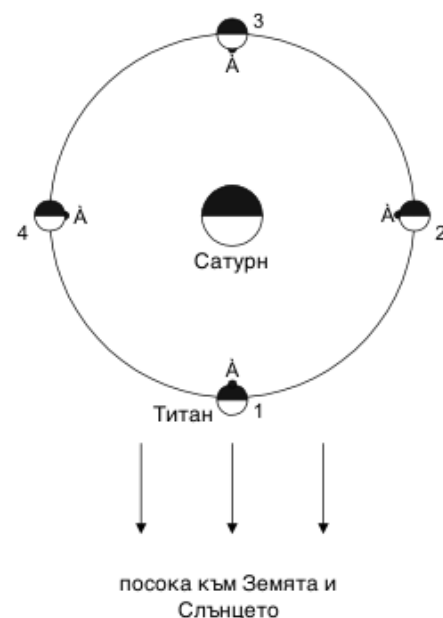
Орбитален период на движение на Титан около Сатурн – 15.945 денонощия

Радиус на орбитата на Титан около Сатурн – 1 222 000 км

Радиус на Сатурн – 60 268 км

Решение:

Нека отбележим с А мястото на кацане на експедицията. Космонавтите наблюдават от това място Сатурн винаги около зенита.. Следователно орбиталният период на Титан е равен на периода на околоосното му въртене, а оста му е почти перпендикулярна на орбитата му около Сатурн. Така този



спътник е винаги обърнат с една и съща страна към планетата, а експедицията е кацнала около центъра на видимия от Сатурн диск на Титан.

Радиовръзката със Земята е възможна в интервалите от време, когато Земята е над хоризонта за мястото на експедицията. Както се вижда от рисунката, това е изпълнено през половината от всеки орбитален период T на Титан. Но зрителният лъч от Земята лежи в орбиталната равнина на Титан, а Сатурн е в опозиция. Ето защо, през част от това време Титан ще се закрива от Сатурн за земния наблюдател.

Скоростта на движение на Титан по неговата орбита е:

$$v = 2\pi r / T$$

където r е радиусът на орбитата на Титан. Времето, за което Титан е закрит от Сатурн за наблюдател от Земята, е:

$$t \approx 2R / v$$

където R е радиусът на Сатурн. Накрая за времето от един орбитален период на Титан, през което радиовръзката със Земята е възможна, получаваме:

$$t_0 = \frac{T}{2} - t$$
$$t_0 = \frac{T}{2} \left(1 - \frac{2R}{\pi r} \right)$$

Общият престой на експедицията на Титан е 30 земни денонощия, или малко по-малко от два орбитални периода на спътника. При кацането космонавтите са видели светлия кръгъл диск на Сатурн. Следователно, когато са кацнали там, Сатурн е бил обърнат към спътника с огрътата си от Слънцето страна (положение 1 на фигурата). Местното време е съответствало на средата на нощта за Титан, а също и на средата на неблагоприятния за радиовръзка със Земята интервал. Оттук заключаваме, че за времето около 30 земни денонощия космонавтите са могли да се възползват от два пълни интервала от време t_0 , в които връзката със Земята е била възможна. Общото време за връзка със Земята е било $2t_0 \approx 15.444$ земни денонощия.

3 задача. Замечтан метеорен наблюдател гледа звездното небе и си мисли за едно желание. Дълго време не може да си го пожелае, защото не се появяват метеори. Вместо тях, при него идва добра вълшебница и му предсказва, че желанието ще се сбъдне. После леко излита нагоре и миг преди да изчезне, пуска облак от милион частици звезден прах. Звездната величина на облака е 3^m . Малко по-късно една прашичка пада в ръката на наблюдателя и от разстояние 30 см свети за него като звездичка от 3-та звездна величина.

На каква височина е изчезнала вълшебницата?

Справочни данни:

Видимият блясък на един светещ обект е обратно пропорционален на квадрата на разстоянието до него.

Решение:

Щом облакът е от милион (1 000 000) частици, значи на разстояние 30 см от наблюдателя целият облак би имал 1 000 000 пъти по-силен видим блясък, отколкото една своя частица. На височината H , на която е изчезнала вълшебницата, целият облак е имал същия видим блясък (3^m), както една прашичка на разстояние 30 см. Следователно на височината H облакът е имал видим блясък, 1 000 000 пъти по-слаб, отколкото би имал на разстояние 30 см. Видимият блясък на един светещ обект е

обратно пропорционален на квадрата на разстоянието до него. Ето защо височината H трябва да е $\sqrt{10000000} = 1000$ пъти по-голяма от 30 см, или $H = 300$ метра.

4 задача. На рисунката виждате диаграма, показваща видимите положения на четирите галилееви спътника на Юпитер – Йо, Европа, Ганимед и Калисто. Като използвате данните от диаграмата, направете подходящи измервания и определете възможно най-точно масата на планетата Юпитер.

Ако сте наблюдавали с телескоп Юпитер в 0^h на днешния ден, как би бил разположен относно планетата всеки един от спътниците? Нарисувайте схема.

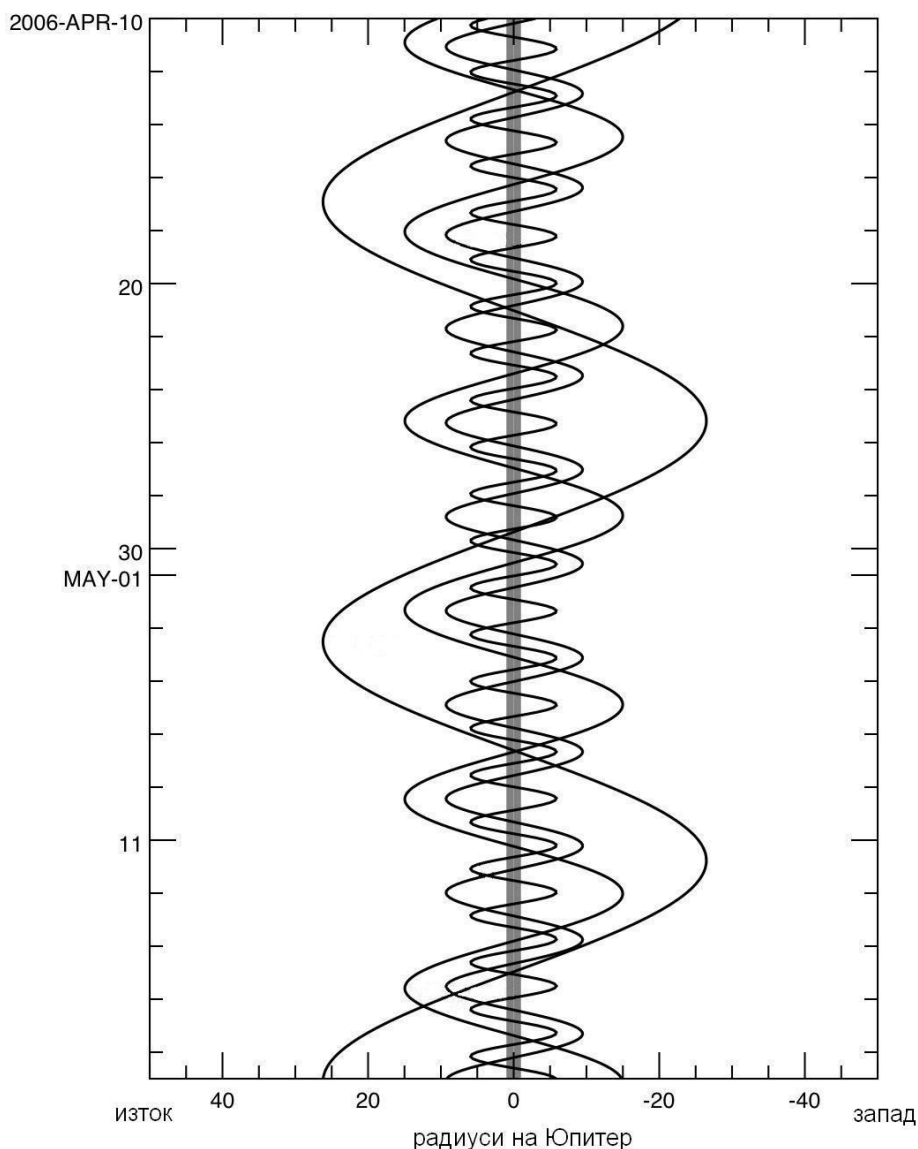
Орбиталното движение на Юпитер, както и това на Земята да не се отчита.

Справочни данни:

Съгласно III закон на Кеплер, ако около космическо тяло с маса M обикаля спътник с много по-малка маса, то $\frac{a^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2}$, където a е голямата полуос на орбитата на спътника, T е неговият орбитален период, а $\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg.s}^2$ е гравитационната константа.

Радиус на Юпитер – 71 500 км

Диаграма на видимите положения
на галилеевите спътници на Юпитер



Решение:

Определяме мащабите на скалите на диаграмата. По скалата на разстоянията на 80 радиуса на Юпитер отговарят 82 мм. Мащабът е $80/82 \approx 0.9756$ радиуса на Юпитер на милиметър. По скалата на времето на 40 дни отговарят 151 мм. Мащабът е $40/151 \approx 0.265$ денонощия на милиметър.

Измерваме амплитудите на изменение на разстоянията от спътниците до центъра на Юпитер. Това са радиусите на орбитите на спътниците около Юпитер. За по-точни резултати амплитудата на изменение на разстоянието до Юпитер измерваме на няколко места и усредняваме резултатите. Получаваме:

Спътник	Радиус на орбитата r_{00} в мм	Радиус на орбитата в радиуси на Юпитер, $r_0 = r_{00} \times 0.769$ рад.юп./мм
Йо	6	5.8536
Европа	9,5	9.2682
Ганимед	15	14.634
Калисто	27	26.3412

За да определим по-точно орбиталния период на даден спътник, измерваме общата продължителност на колкото е възможно повече периоди върху диаграмата и делим получената стойност на броя периоди. Например за Йо можем да измерим общата продължителност на 21 периода, за Европа – 10, за Ганимед – 5 и за Калисто – 2 периода. Резултатите са следните:

Спътник	Орбитален период T_{00} в мм	Орбитален период в денонощия, $T_0 = T_{00} \times 0.212$ дни/мм
Йо	6,68	1.7702
Европа	13,4	3.551
Ганимед	27	7.155
Калисто	62,5	16.5625

От III закон на Кеплер:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2}$$

където M е масата на Юпитер, a е радиусът на орбитата на спътника, T е неговият орбитален период, а γ е гравитационната константа. Масата на Юпитер е:

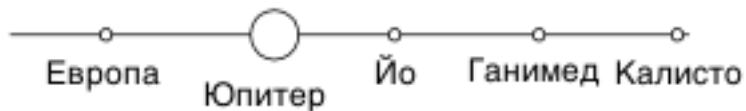
$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{\gamma T^2}$$

Чрез умножаване по радиуса на Юпитер в километри, превръщаме радиусите на орбитите на спътниците също в километри, а после и в метри. Превръщаме стойностите на орбиталните периоди от денонощия в секунди и заместваме в горната формула. За масата на Юпитер от данните за различните спътници получаваме:

Спътник	Маса на Юпитер
Йо	1.853×10^{27} kg
Европа	1.828×10^{27} kg
Ганимед	1.773×10^{27} kg
Калисто	1.929×10^{27} kg

Окончателно масата на Юпитер получаваме, като средно аритметично на тези резултатите – 1.846×10^{27} kg.

Като пресечем диаграмата с хоризонтална линия, съответстваща на 0^h за датата на III кръг на астрономическата олимпиада (13 май), виждаме, че на този ден спътникът Европа е на изток от Юпитер, а Йо, Ганимед и Калисто са на запад, както е показано на схемата.



Спътниците разпознаваме по това, че в реда Йо, Европа, Ганимед, Калисто, те са

подредени по нарастване на отдалечеността им от Юпитер.